PART3 最大公約数と最小公倍数

要点① 最大公約数と最小公倍数

2つ以上の整数について

「最大公約数」… 共通する約数(公約数)のうち最大のもの

「最小公倍数」… 共通する倍数(公倍数)のうち正で最小のもの

例 12と30について

12の正の約数は1, 2, 3, 4, 6, 12

30の正の約数は1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

よって，最大公約数は

12の正の倍数は12, 24, 36, 48, 60, ……

30の正の倍数は30, 60, 90, 120, 150, ……

よって，最小公倍数は

12, 30をそれぞれ素因数分解すると

$12 = 2^2 \cdot 3$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

である。

12と30の最大公約数は $6 = 2 \cdot 3$ であり，これは12と30に共通な素因数を，共通にもつ個数分だけ掛け合わせたものである。

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$30 = 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 5$

12と30の最小公倍数は $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ であり，これは12と30のすべての素因数を，2数のもつ個数のうち多い方の分だけ掛け合わせたものである。

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$30 = 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 5$

最大公約数と最小公倍数

ある2数をそれぞれ素因数分解したとき

2数の最大公約数 $\Longrightarrow$ 2数に共通な素因数で，指数が最小のものの積

2数の最小公倍数 $\Longrightarrow$ 2数のすべての素因数で，指数が最大のものの積

このことは，3数以上のときも成り立つ。

要点② 互いに素

2つの整数 a, b について，共通な素因数がないとき，a と b は「　　　　　」であるという。
このとき，2つの整数 a, b の最大公約数は　である。

例　9と10について

$9=3^2$

$10=2\cdot5$

よって，9と10の最大公約数は　であり，9と10は互いに素である。

互いに素である2つの整数について，以下のことがいえる。

> k を整数とする。
> a, b が互いに素で，ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である。

例　k を整数とする。
$2k$ が3の倍数のとき，2と3は互いに素より，k は3の倍数である。

3 (1) 3 つの整数 28，70，154 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2) 2 つの整数 130，231 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

Point Pickup

最大公約数と最小公倍数

最大公約数，最小公倍数を求めたい数をそれぞれ素因数分解し

最大公約数 $\Longrightarrow$ 共通な素因数で，指数が最小のもの

最小公倍数 $\Longrightarrow$ すべての素因数で，指数が最大のもの

を選び，その積を求める。

互いに素

2 つの整数 a，b について，共通な素因数がないとき，a と b は互いに素であるという。

第10講 PART3 確認問題

1 3つの整数36，54，90の最大公約数は [アイ] であり，最小公倍数は [ウエオ] である。

2 2つの整数63，110の最大公約数は [カ] であり，最小公倍数は [キクケコ] である。

PART3 最大公約数と最小公倍数

3 (1) 3 つの整数 28，70，154 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2) 2 つの整数 130，231 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

[解答]

(1) $28 = 2^2 \cdot 7$，$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$，$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

よって，最大公約数は $2 \cdot 7 = 14$，最小公倍数は $2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 1540$

(2) $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$，$231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$

よって，最大公約数は 1，最小公倍数は $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 30030$

第10講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] アイ：18，ウエオ：540

[解説]

それぞれの数を素因数分解すると，

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

よって，最大公約数は，[A]

$$2 \cdot 3^2 = \mathbf{18}$$

最小公倍数は，[B]

$$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = \mathbf{540}$$

[A]　最大公約数
共通な素因数のうち，指数が最小のものの積を求める。

$$36 = \boxed{2^2} \cdot \boxed{3^2}$$
$$54 = \boxed{2} \cdot \boxed{3^3}$$
$$90 = \boxed{2} \cdot \boxed{3^2} \cdot 5$$
$$\uparrow \quad \uparrow$$
$$2 \quad 3^2$$

[B]　最小公倍数
すべての素因数のうち，指数が最大のものの積を求める。

$$36 = \boxed{2^2} \cdot \boxed{3^2}$$
$$54 = \boxed{2} \cdot \boxed{3^3}$$
$$90 = \boxed{2} \cdot \boxed{3^2} \cdot \boxed{5}$$
$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$
$$2^2 \quad 3^3 \quad 5$$

2

[正解] カ：1，キクケコ：6930

[解説]

それぞれの数を素因数分解すると，

$$63 = 3^2 \cdot 7$$

$$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$$

よって，共通な素因数はないから，[C]

最大公約数は，**1**

最小公倍数は，[D]

$$63 \cdot 110 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = \mathbf{6930}$$

[C]　2 つの整数 a，b について，共通な素因数がないとき，a と b は互いに素であるという。
このとき，2 つの整数 a，b の最大公約数は 1 である。
63 と 110 は互いに素である。

[D]　最小公倍数は，2 数の積である。